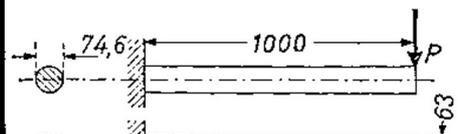
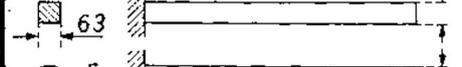
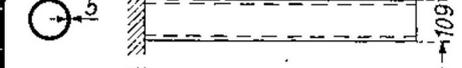
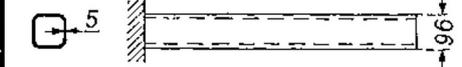
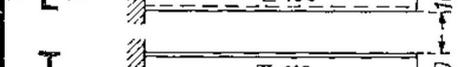
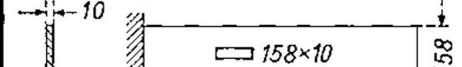
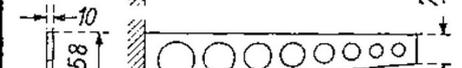
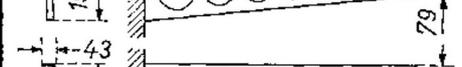
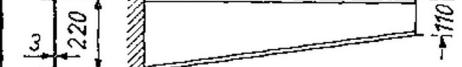
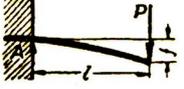
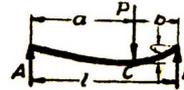
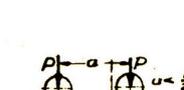


Festigkeitsberechnungen eine kleine Doku

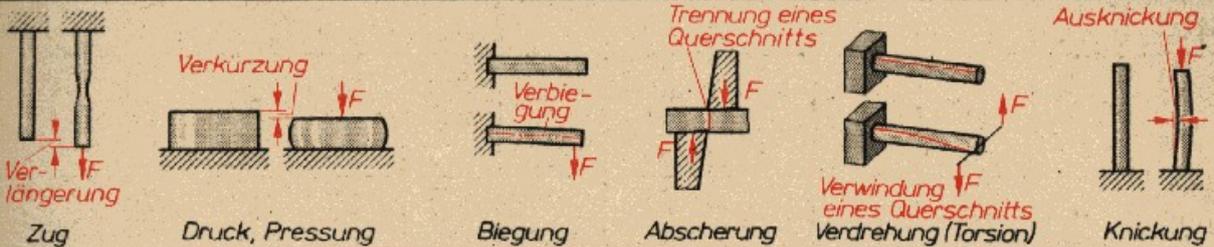
Schwerbau und Leichtbau		
Träger annähernd gleicher Festigkeit		
	Gew. kg/m	W_x cm ³
	34,30	41,5
	31,16	41,5
	12,82	41,4
	14,29	41,5
	13,42	41,6
	10,60	41,2
	9,66	43,5
	7,73	40,6
	12,56	41,5
	9,42	41,5
	6,38	41,5
	5,25	41,5
	3,98	41,5
	3,74	41,5
	3,00	41,5
		

b) Belastungsfälle.

Belastungsfall	Auflagerdrücke kg	Größtes Biegemoment kgcm	Größte Durchbiegung cm	Gefährlicher Querschnitt bei
	$A = P$	$M_b = P \cdot l$	$f = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J}$	A
	$A = Q$	$M_b = \frac{Q \cdot l}{2}$	$f = \frac{Q \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot J}$	A
	$A = Q + P$	$M_b = \frac{l}{2}(Q + 2P)$	$f = \frac{(3Q + 8P)l^3}{24 \cdot E \cdot J}$	A
	$A = B = \frac{P}{2}$	$M_b = \frac{P \cdot l}{4}$	$f = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J}$	C
	$A = \frac{P \cdot b}{l}$ $B = \frac{P \cdot a}{l}$	$M_b = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$	$f = \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot J \cdot l}$	C
	$A = B = \frac{Q}{2}$	$M_b = \frac{Q \cdot l}{8}$	$f = \frac{5Q \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot J}$	C
	$A = B = \frac{Q}{2}$	$M_b = \frac{Q \cdot l}{12}$	$f = \frac{Q \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot J}$	A und B
	$A = B = \frac{Q}{2}$	$M_{bA} = M_{bB} = \frac{Q \cdot c^2}{2 \cdot l}$ $M_{bC} = \frac{Q}{2} \left(\frac{l}{4} - c \right)$	$f = \frac{Q \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot J}$	A, B oder C
	$A = B = \frac{Q}{2}$	$M_b = \frac{Q}{8}(2l - a)$	$f = \frac{Q(8l^3 - 4la + a^3)}{384 \cdot E \cdot J}$	C
	für $x = \frac{a}{4}$ $A = P \frac{2l + a}{2l}$ $B = P \frac{2l - a}{2l}$	Krangleisträger $M_b = \frac{P}{8 \cdot l}(2l - a)^2$		D

Die Festigkeit eines Werkstoffes ist der innere Widerstand der Werkstoffteilchen gegen Verschiebung durch äußere Kräfte. Diese Kräfte erzeugen Formänderungen und damit Spannungen im Werkstoff.

Beanspruchungsarten

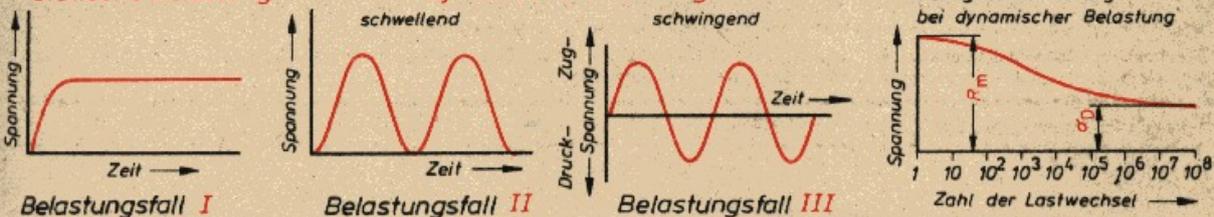


Begriffe für Beanspruchungsarten

Begriff	Beanspruchungsart					
	Zug	Druck	Biegung	Abscherung	Knickung	Verdrehung
Spannung	σ	σ_d	σ_b	τ_a	σ_k	τ_t
Festigkeit	R_m	σ_{dB}	σ_{bB}	τ_B	σ_{kB}	τ_{tB}
Übergang elastische-plastische Verformung (Fließgrenze)	Streckgrenze R_e 0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$	Quetschgrenze σ_{dF} 0,2%-Stauchgrenze $\sigma_{d0,2}$	Biegegrenze σ_{bF}	—	—	Verdrehgrenze τ_{tF}
Verformungsgrad	Bruchdehnung A Dehnung ϵ	Bruchstauchung ϵ_{dB} Stauchung ϵ_d	Durchbiegung f	—	—	—

Belastungsfälle

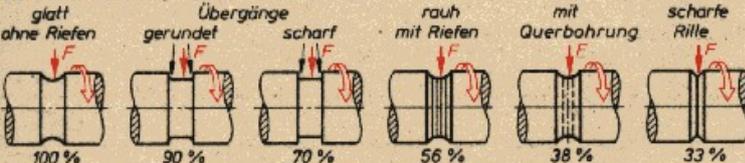
Die Belastung eines Bauteiles kann statisch (ruhend) oder dynamisch (wechselnd) sein.



Die Dauerfestigkeit σ_D eines Werkstoffes ist die Spannung, die auch bei einer unendlich großen Lastwechselzahl nicht zum Bruch führt.

Kerbwirkung

Dauerfestigkeit des glatten riefenlosen Einstichs in % bei einem kerbempfindlichen Werkstoff.



Scharfe Übergänge, Kerben, Risse, selbst kleine Rauigkeiten wie Schleifriefen erhöhen die Bruchgefahr (Kerbwirkung), besonders bei Dauerbiegebeanspruchung.

Gegenmaßnahmen: Genügend große Ausrundungen, hohe Oberflächengüte, Vermeiden von Kratzern, Schutz vor Korrosion, hohe Festigkeit der Randzone.

Sicherheit

Aus Sicherheitsgründen dürfen Bauteile nur mit einem Teil der zur Verformung oder zum Bruch führenden Grenzspannung belastet werden. Als Grenzspannung werden je nach Art des Bauteiles und der Belastung die Festigkeit (Bruchfestigkeit), die Fließgrenze oder die Dauerfestigkeit verwendet.

σ_{zul} zulässige Spannung in N/mm^2

σ_{lim} Grenzspannung in N/mm^2 je nach Belastungsfall

ν Sicherheitszahl

$$\text{zulässige Spannung} = \frac{\text{Grenzspannung}}{\text{Sicherheitszahl}}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_{lim}}{\nu}$$

Belastungsfall	Werkstoff	maßgebende Grenzspannung	Sicherheitszahl im Maschinenbau
ruhend I	zäh (St)	$R_e, R_{p0,2}, \sigma_{dF}, \sigma_{bF}, \sigma_{d0,2}, \tau_B, \tau_{tF}$	1,3 ... 2,5
	spröde (GG)	$R_m, \sigma_{dB}, \sigma_{bB}$	3 ... 8
schwellend II	—	σ_D, τ_D	1,5 ... 3
wechselnd III	—	σ_k, R_m, τ_B	3 ... 14

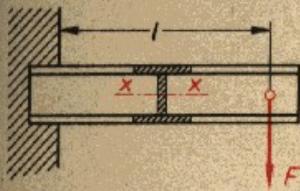
Beispiel:

Für eine Schraube M8×50 DIN 933-8.8 ist 3fache Sicherheit gefordert. Wie groß ist die zulässige Spannung?

$$\text{Grenzspannung } R_e = 8 \cdot 8 \cdot 10 \text{ N/mm}^2 = 640 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{zul} = \frac{R_e}{\nu} = \frac{640 \text{ N/mm}^2}{3} = 213 \text{ N/mm}^2$$

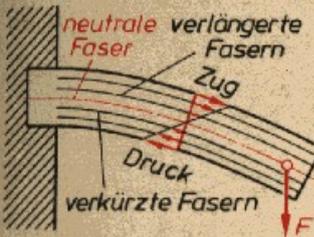
Biegebeanspruchung



Für die neutrale Faser $x-x$ ist die Biegespannung $\sigma_b = 0$. Mit zunehmendem Abstand von der neutralen Faser nehmen die Zug- und Druckspannungen im Bauteil zu.

Das Biege widerstandsmoment W_b wird durch die Größe und die Form des Querschnittes bestimmt. Das in einem Bauteil auftretende Biegemoment M_b hängt von der Länge l des Teiles, von der Größe, dem Angriffspunkt und der Verteilung der Kraft F sowie von der Art der Lagerung (Einspannung) ab.

$\sigma_{b\text{zul}}$ zulässige Biegespannung in N/mm^2 oder N/cm^2
 $M_{b\text{zul}}$ zulässiges Biegemoment in mm^3 oder cm^3
 W_b Biege widerstandsmoment in mm^3 oder cm^3



zul. Biegemoment =
 = zul. Biegespannung \times Biege widerstandsmoment

$$M_{b\text{zul}} = \sigma_{b\text{zul}} \cdot W_b$$

Beispiel: Wie groß muß der Durchmesser d einer einseitig eingespannten runden Welle sein, wenn im Abstand $l = 500 \text{ mm}$ eine Kraft $F = 5 \text{ kN}$ angreift und $\sigma_{b\text{zul}} = 80 \text{ N/mm}^2$ angenommen wird?

$$W_b = \frac{M_{b\text{zul}}}{\sigma_{b\text{zul}}} = \frac{F_{\text{zul}} \cdot l}{\sigma_{b\text{zul}}} = \frac{5000 \text{ N} \cdot 500 \text{ mm}}{80 \text{ N/mm}^2} = 31250 \text{ mm}^3$$

$$W_b = \frac{\pi \cdot d^3}{32}; \quad d = \sqrt[3]{\frac{W_b \cdot 32}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{31250 \text{ mm}^3 \cdot 32}{\pi}} \approx 68,3 \text{ mm}$$

gewählt: 70 mm

Träger gleicher Belastbarkeit

Gleiche Widerstandsmomente	Trägergewichte
	34,3 kg
	12,8 kg
	10,6 kg
	4,0 kg

Biegemomente verschieden belasteter Träger

Träger mit einer Einzelkraft belastet

einseitig eingespannt	auf zwei Stützen	doppelseit. eingespannt
$M_{b\text{zul}} = F_{\text{zul}} \cdot l$	$M_{b\text{zul}} = \frac{F_{\text{zul}} \cdot l}{4}$	$M_{b\text{zul}} = \frac{F_{\text{zul}} \cdot l}{8}$

Träger mit gleichmäßig verteilter Last

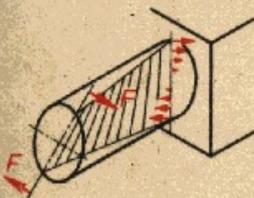
einseitig eingespannt	auf zwei Stützen	doppelseit. eingespannt
$M_{b\text{zul}} = \frac{F_{\text{zul}} \cdot l}{2}$	$M_{b\text{zul}} = \frac{F_{\text{zul}} \cdot l}{8}$	$M_{b\text{zul}} = \frac{F_{\text{zul}} \cdot l}{12}$

Biege widerstandsmoment W_b , Verdrehwiderstandsmoment W_t , Flächenträgheitsmoment I

Querschnitt	W_b	W_t	I	Querschnitt	W_b	W_t	I
	$\frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx \frac{d^3}{10}$	$\approx \frac{d^3}{5}$	$\frac{\pi \cdot d^4}{64} \approx \frac{d^4}{20}$		$W_x = W_y = \frac{h^3}{6}$ $W_D = \sqrt{2} \cdot \frac{h^3}{12}$	$\approx 0,208 \cdot h^3$	$\frac{h^4}{12}$
	$\approx \frac{D^4 - d^4}{10 \cdot D}$	$\approx \frac{D^4 - d^4}{5 \cdot D}$	$\approx \frac{D^4 - d^4}{20}$		$W_x = \frac{b \cdot h^3}{6}$ $W_y = \frac{h \cdot b^3}{6}$	-	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$ $I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$

Profilstabe Seite 142 ... 146

Verdrehung (Torsion)



$\tau_{t\text{zul}}$ zulässige Drehspannung in N/mm^2
 $M_{t\text{zul}}$ zulässiges Drehmoment in Nm oder Nm
 W_t Verdrehwiderstandsmoment in mm^3

zulässiges Drehmoment =
 = zul. Drehspannung \times Verdrehwiderstandsmoment

$$M_{t\text{zul}} = \tau_{t\text{zul}} \cdot W_t$$

Beispiel: Welches Drehmoment kann eine Welle mit einem Durchmesser $d = 32 \text{ mm}$ übertragen, wenn die zulässige Drehspannung $\tau_{t\text{zul}} = 65 \text{ N/mm}^2$ beträgt?

$$M_{t\text{zul}} = \tau_{t\text{zul}} \cdot W_t = \tau_{t\text{zul}} \cdot \frac{d^3}{5} = 65 \text{ N/mm}^2 \cdot \frac{(32 \text{ mm})^3}{5} = 425984 \text{ Nm} \approx 426 \text{ Nm}$$

Festigkeitslehre

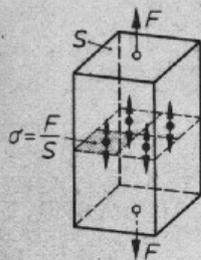
Zulässige Spannungen σ_{zul} in N/mm²

(für Übersichtsrechnungen im Maschinenbau)

Beanspruchung Belastungsfall		St 37	St 50	St 70	GS-45	GG-15	GG-30	G-AlSi	AlCuMg 2	AlMg 3
Zug	I	100...150	140...210	210...310	100...150	35... 45	65... 85	30...50	110...160	80...120
	II	65... 95	90...135	135...200	65... 95	27... 37	50... 67	16...28	50... 70	50... 85
	III	45... 70	65... 95	90...140	45... 70	20... 30	35... 50	13...20	35... 55	42... 70
Druck	I	100...150	140...210	210...310	110...165	85...115	165...215	40...60	110...160	80...120
	II	65... 95	90...135	135...200	70...105	65... 75	100...135	20...24	57... 70	50... 85
	III	45... 70	65... 95	90...140	45... 70	20... 30	35... 50	13...20	35... 55	42... 70
Abscherung	I	80...120	110...170	170...250	80...120	—	—	20...40	90...120	65... 95
	II	50... 75	70...110	110...160	50... 75	—	—	12...20	40... 55	40... 70
	III	35... 55	50... 75	70...110	35... 55	—	—	10...15	30... 40	30... 55
Biegung	I	110...165	150...220	230...245	110...165	—	—	35...50	120...175	90...135
	II	70...105	100...150	150...220	70...105	—	—	20...28	50... 70	58... 88
	III	50... 75	70...105	105...125	50... 75	—	—	14...21	35... 55	45... 70
Verdrehung (Torsion)	I	65... 95	85...125	125...195	65... 95	—	—	25...35	65... 95	30... 60
	II	40... 60	55... 85	80...125	40... 60	—	—	16...28	32... 48	26... 46
	III	30... 45	40... 60	60... 90	30... 45	—	—	8...15	22... 32	18... 32

Für den Stahlhochbau sind die Werte DIN 1050 (6.68) zu verwenden.

Zugbeanspruchung



σ Zugspannung in N/mm²
 R_e Streckgrenze in N/mm²
 σ_{zul} zulässige Spannung in N/mm²
 ν Sicherheitszahl
 F Zugkraft in N
 F_{zul} zulässige Zugkraft in N
 S Querschnittsfläche in mm²

$$\sigma_{zul} = \frac{R_e}{\nu}$$

$$\text{Zugspannung} = \frac{\text{Zugkraft}}{\text{Querschnittsfläche}}$$

An die Stelle der Streckgrenze R_e können auch die Dehngrenze R_p , die Festigkeit R_m oder die Dauerfestigkeit σ_D treten (Seite 135).

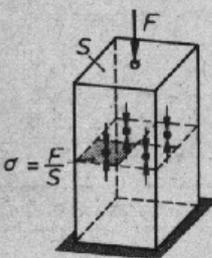
Beispiel: Ein Zugstab St 37-1 wird mit einer Kraft $F_{zul} = 8,4$ kN schwellend belastet. Wie groß muß der Querschnitt S mindestens sein, wenn nach Tabelle $\sigma_{zul} = 80$ N/mm² gewählt wird?

$$S = \frac{F_{zul}}{\sigma_{zul}} = \frac{8400 \text{ N}}{80 \text{ N/mm}^2} = 105 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$F_{zul} = \sigma_{zul} \cdot S$$

Druckbeanspruchung



σ_d Druckspannung in N/mm²
 σ_{dF} Quetschgrenze in N/mm²
 σ_{dzul} zulässige Druckspannung in N/mm²
 ν Sicherheitszahl
 F Druckkraft in N
 F_{zul} zulässige Druckkraft in N
 S Querschnittsfläche in mm²

$$\sigma_{dzul} = \frac{\sigma_{dF}}{\nu}$$

$$\text{Druckspannung} = \frac{\text{Druckkraft}}{\text{Querschnittsfläche}}$$

An die Stelle der Quetschgrenze σ_{dF} können auch die Stauchgrenze $\sigma_{d0,2}$, die Druckfestigkeit σ_{dB} oder die Dauerfestigkeit σ_D treten (Seite 135).

Beispiel: Ein Maschinengestell aus GG-30 hat eine tragende Querschnittsfläche von $S = 2800$ mm². Mit welcher Druckkraft F_{zul} darf das Gestell belastet werden, wenn $\sigma_{dzul} = 50$ N/mm² gewählt wird?

$$F_{zul} = \sigma_{dzul} \cdot S = 50 \text{ N/mm}^2 \cdot 2800 \text{ mm}^2 = 140000 \text{ N} = 140 \text{ kN}$$

$$\sigma_d = \frac{F}{S}$$

$$F_{zul} = \sigma_{dzul} \cdot S$$

Knickbeanspruchung

Belastungsfall und freie Knicklänge (nach Euler)



Lange, schlanke Bauteile, wie Stützen, Kolbenstangen, Pleuel, die man in Längsrichtung auf Druck beansprucht, können seitlich ausknicken.

F_{kzul} zulässige Knickkraft in N
 E Elastizitätsmodul in N/cm²
 I Länge in cm
 I Flächenträgheitsmoment in cm⁴
 s freie Knicklänge in cm
 ν Sicherheitszahl

$$\text{zulässige Knickkraft} = \frac{\pi^2 \cdot \text{Elastizitätsmodul} \cdot \text{Flächenträgheitsmoment}}{(\text{freie Knicklänge})^2 \cdot \text{Sicherheitszahl}}$$

$$F_{kzul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{s^2 \cdot \nu}$$

Sind für ein Profil mehrere Flächenträgheitsmomente (I_x ; I_y) angegeben, so ist stets der kleinere Wert zu wählen.

Beispiel: Mit welcher Kraft darf ein Träger IPB 200 DIN 240-St52-3 belastet werden, wenn er auf eine Länge von 3,5 m beidseitig fest eingespannt ist und 12fache Sicherheit gefordert wird?

$$F_{kzul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{s^2 \cdot \nu} = \frac{\pi^2 \cdot 21 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2 \cdot 2000 \text{ cm}^4}{(0,5 \cdot 350 \text{ cm})^2 \cdot 12} \approx 1,13 \cdot 10^6 \text{ N} = 1,13 \text{ MN}$$

Flächenträgheitsmomente Seite 142...146. Für den Stahlhochbau sind nach DIN 4114 besondere Verfahren vorgeschrieben.

Werkstoff	Elastizitätsmodul in N/cm ²
Stähle	$21 \cdot 10^6$
GG-15	$10 \cdot 10^6$
GG-30	$13 \cdot 10^6$
GGG-42	$16,5 \cdot 10^6$
AlCuMg2 F44	$7,2 \cdot 10^6$

Quellennachweis
Tabellenbuch Metall
Verlag Europa-Lehrmittel
30te Auflage von 1980

Diese Kopien wurden angefertigt, da diese älteren Auflagen nicht mehr zu bekommen sind. Gerade aber im Bezug auf die Werte der zulässigen Spannungen ist dies unerlässlich, um zu zeigen, dass sich hier im Laufe der Zeit ein Wandel vollzogen hat. Wichtig bei der Herstellung von Ersatzteilen nach älteren Zeichnungen.